

ZUM MECHANISMUS DER KANALSTRAHLENTLADUNG

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der Philosophischen Fakultät
der Philipps-Universität zu Marburg

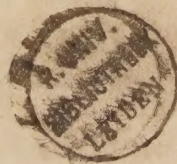
vorgelegt von

Diplom-Physiker Detlef Kamke

aus Hagen i. Westf.

Marburg 1949

D 4



Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A.G., Würzburg

Als Dissertation angenommen am 17. Dezember 1949

Berichterstatter: Professor Dr. W. WALCHER

Mitberichterstatter: Professor Dr. E. HÜCKEL

Tag der mündlichen Prüfung: 21. Dezember 1949

Gedruckt mit Genehmigung der Fakultät

Die Dissertation erscheint auch in der Zeitschrift für Physik,
Bd. 128, S. 212 — 238.

Zum Mechanismus der Kanalstrahlentladung.

Von

DETLEF KAMKE.

(Physikalisches Institut der Universität Marburg a. d. Lahn.)

Mit 14 Figuren im Text.

Über den Mechanismus der Kanalstrahlentladung, insbesondere das Zustandekommen des schmalen Entladungspinsels, liegen bisher keine quantitativen Überlegungen vor. — In Teil A dieser Arbeit wird über Messungen der Querschnitte der Entladungsbündel bei verschiedenen Betriebsbedingungen (Strom, Spannung, Gasart) berichtet. In Teil B wird auf Grund der in Teil A gewonnenen Anhaltspunkte eine Theorie der Kanalstrahlentladung entwickelt, die die Bildung der Entladungspinsel zurückführt auf Streuung der Ionen bei Zusammenstößen mit Gasmolekülen und Bündelung der Ionen durch die Radialkomponente des statischen elektrischen Feldes.

Zur Erzeugung intensiver Ionenstrahlen findet immer wieder die Kanalstrahlentladung (KSE) Verwendung. Sie hat vor anderen Ionenquellen den Vorteil, daß die ganze Entladung sich auf einen engen, schlauchförmigen Bereich in der Umgebung der Achse des Entladungsrohres beschränkt und daher schon im Entladungsraum ein schmales Ionenbündel vorhanden ist. Über das Zustandekommen des für diese Entladungsform so charakteristischen Pinsels ist bisher wenig bekannt geworden. HAILER¹ hat zwar eine Fülle von experimentellen Voraussetzungen und Erscheinungsbildern studiert, jedoch keine quantitativen Ansätze gemacht. Über die Größenordnung des Durchmessers des Entladungsgebietes finden sich in der Literatur verschiedentlich abschätzende Angaben². Eine Messung der radialen Stromverteilung auf der Kathode wurde von CHIPLONKAR³ durchgeführt, jedoch liegt bei ihm die Entladungsspannung zwischen 1 und 6 kV, also nicht in dem sonst üblichen Bereich von 20 bis 40 kV. Wir werden auf seine Ergebnisse später zurückkommen. Auf die Wichtigkeit der Kenntnis des Durchmessers des Ionenbündels für massenspektrographische Präzisionsbestimmungen aus Dublettmessungen hat EWALD⁴ aufmerksam gemacht.

¹ HAILER, C.: Wiss. Veröff. Siemens-Werke **17**, 115 (1938).

² Zum Beispiel CRAGGS, J. D.: Proc. Phys. Soc., Lond. **54**, 245 (1942).

³ CHIPLONKAR, V. T.: Proc. Indian Acad. A **12**, 440 (1940). Für die Beschaffung dieser Arbeit danke ich Herrn Dr. COOR (American Embassy London, Office of the Assistant Naval Attaché for Research).

⁴ EWALD, H.: Z. Naturforschg. **2a**, 384 (1947); **3a**, 114 (1948).

Eine Theorie der KSE muß vor allem die Stabilität der schlauchförmigen Entladung und die Stromverteilung in derselben liefern. Da sich die vorliegende Arbeit die Gewinnung einer Theorie der KSE zum Ziel gesetzt hat, so waren zunächst die experimentellen Unterlagen bereitzustellen; daher ist die Stromverteilung im KSE-Bündel für verschiedene Gase (H_2 , O_2 , N_2 , He, Ne, A) an einem Entladungsröhr vom LUKANOW-SCHÜTZESCHEN Typ¹ gemessen worden. Im Anschluß daran wird der Versuch unternommen, die Form der Stromverteilungskurve auf der Kathode zu berechnen und eine Stabilitätsbedingung für die KSE aufzustellen.

A. Messung der radialen Ionenstromverteilung auf der Kathode.

1. Aufbau des Kanalstrahlrohres.

Anordnung zur Messung der Stromverteilung.

Als Kanalstrahlrohr wurde die in Fig. 1 dargestellte Anordnung gewählt (Beschreibung in der Figurenunterschrift), bei welcher mit Hilfe von drei gleichmäßig auf dem Umfang von F_2 verteilten Justierschraubenpaaren S_1 , S_2 eine Horizontal- und Vertikalverschiebung der Anode relativ zur Kathode vorgenommen werden konnte, so daß es möglich war, im Betrieb den Entladungspinsel auf den Kanaleingang einzujustieren.

Die Kathode K (Fig. 1) wurde nicht wie sonst üblich mit einer kreisförmigen Bohrung versehen, sondern auf der der Entladung zugewandten Fläche konnte ein Spaltbackenpaar Sp_1 (Fig. 2a, b) aufgeschraubt werden, das die ganze Kathodenzapfenfläche bedeckte und die Ionen längs eines Durchmessers aus dem Entladungsraum austreten ließ. Durchfährt man mit einem Auffänger, dessen Eintrittsspalt Sp_2 senkrecht zu Sp_1 justiert ist (Fig. 2a), das in den Meßraum eintretende Ionenbündel, so erhält man unmittelbar die Ionenstromverteilung längs eines Durchmessers der Entladung. Die zu dieser Bewegung notwendige Inneneinrichtung des Kathodenzapfens ist in Fig. 2b dargestellt. Das in den Isolator I (Speckstein) eingesetzte Auffängersystem

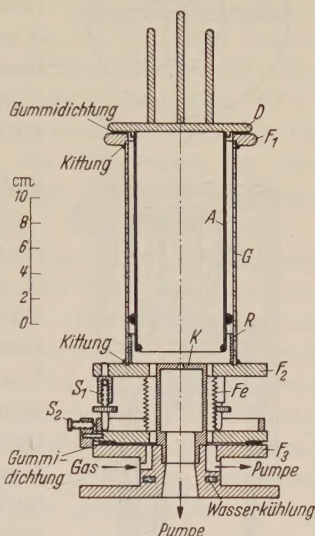


Fig. 1. Aufbau des Kanalstrahlrohres. A Anode (vernickeltes Messingrohr, 70 mm Durchmesser, 175 mm Länge), G Hartglasrohr, K Kathode (durchbohrter Aluminiumzapfen), Fe Federungskörper, D Anodendeckel mit Kühlrippen S_1 , S_2 Justierschraubenpaare (gleichmäßig auf dem Umfang von F_2 verteilt), F Flansche, R Schutzring (Aluminium).

¹ LUKANOW, H., u. W. SCHÜTZE: Z. Physik 82, 610 (1933).

(bestehend aus FARADAY-Becher FK , Eintrittsspalt Sp_2 und Zwischenblende B) ist in einer Schwalbenschwanzführung beweglich. Der Schlitten wird durch eine Spiralfeder gegen den Kreiskegel K gedrückt, dessen Antriebsstange A in einem Feingewinde läuft, wodurch bei Drehungen des Kegels dieser vertikal, also der Auffänger horizontal verschoben wird. Die Verschiebung je Umdrehung des Kegels wurde unter dem Mikroskop zu $0,37_5$ mm bestimmt. Die Ausführung der Antriebsstange (Länge etwa 30 cm) aus dem Vakuum geschieht mit Hilfe einer SIMMER-Ringdichtung.

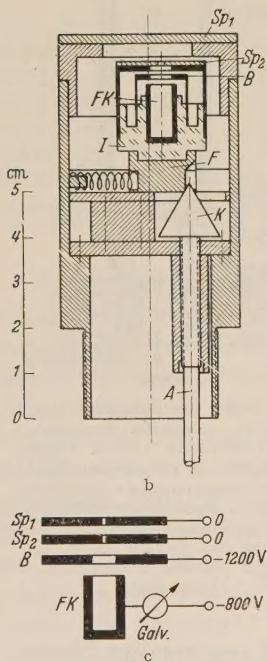


Fig. 2a—c. a Aufsicht auf die Kathode: Ansicht der gekreuzten Spalte (Sp_1 und Sp_2). b Kathode mit Auffänger und Verschiebungsvorrichtung. c Elektrische Schaltung zur fehlerfreien Messung des Ionenstromes.

Spaltes Sp_1 auftraf. Nach einer halbstündigen Einbrennzeit wurde der Auffänger zunächst ganz aus dem Strahl herausgeschoben und dann langsam wieder durch das Ionenbündel hindurchbewegt, wobei

2. Herstellung und Einlaß der verwendeten Gase.

Wasserstoff: Zersetzung von Zn durch Schwefelsäure in einem kleinen Kippapparat; Einlaß in die Apparatur durch ein elektrisch geheiztes Pd-Röhrchen. **Sauerstoff:** Erhitzung von Kaliumpermanganat; **Stickstoff:** Erhitzung von Natriumazid. Die Edelgase *Helium* und *Neon* standen in Glasballons spektralrein zur Verfügung, während *Argon* einer Stahlflasche entnommen wurde (Glühlampenargon). Einlaß der verwendeten Gase (außer H_2) durch ein Kapillarventil, das MARTIN¹ angegeben hat. Der Druck im Entladungsraum wurde mit einem Wärmeleitmanometer (LEYBOLD) gemessen, das zuvor durch Vergleich mit einem MACLEOD'schen Manometer geeicht worden war, und durch eine dritte Bohrung im wassergekühlten Flansch (Fig. 1) mit dem Entladungsraum in Verbindung stand.

3. Messungen.

Die Messung vollzog sich folgendermaßen: Nachdem die Entladung eingeschaltet und der Auffänger in die Mitte des Spaltes Sp_1 gedreht war, wurde die Anode so lange verschoben, bis das Ionenstromgalvanometer maximalen Ausschlag zeigte, der Strahl also in der Mitte des

¹ MARTIN, J. H.: Rev. Sci. Instr. 19, 404 (1948).

der Galvanometerausschlag in Abhängigkeit von der Zahl der Umdrehungen der Antriebstanke beobachtet werden konnte.

Bevor die Meßergebnisse im einzelnen diskutiert werden, seien einige Bemerkungen vorausgeschickt. Die Reproduzierbarkeit der gemessenen Kurven wurde durch wiederholte Ausmessung der Verteilung desselben Gases an verschiedenen Tagen geprüft. Außerdem wurden als Test (zwischen den anderen Gasen) immer wieder die Verteilungskurven für Wasserstoff gemessen. Die dann für H_2 bei langer Anode und Stahlkathode erreichte Genauigkeit der Halbwertsbreiten (HWB)-Bestimmung war etwa 5% bei einem Maximalfehler von etwa 10%. Der Maximalfehler betrug jedoch bei anderen Gasen teilweise bis zu 25%. Dabei waren jedoch die Verhältnisse der HW-Breiten der verschiedenen Gase bei einer Meßserie (d.h. bei einer ohne zwischenzeitige Öffnung der Apparatur ausgeführten Meßreihe) erheblich genauer.

Die verschiedenen Entladungsbedingungen wurden so gewählt, daß die Ergebnisse Einblick in den Mechanismus der KSE geben sollten. Teilweise dienten dabei die experimentellen Untersuchungen von HAILER¹ als Vorbild, dessen wesentliche Ergebnisse für den Mechanismus der KSE, kurz zusammengefaßt, die folgenden waren: 1. Keine Beeinflussung der KSE durch zusätzliche Elektronenemission der Kathode (also Unabhängigkeit vom Material der Kathode), und 2. Absinken der Ausbeute bei einer Verkürzung der Anode erst dann, wenn die Anodenlänge kleiner als der Anodendurchmesser geworden ist.

a) *Lange Anode (175 mm)*. Um einen Überblick über die Verteilungskurven zu gewinnen, wollen wir zunächst die Kurven für eine Stahlkathode (Sp_1 aus Stahl) betrachten, die in Fig. 3 aufgezeichnet sind [die Größe der Halbwertsbreite (HWB) ist mit eingezeichnet]. Man erkennt sofort die starke Abhängigkeit der HWB von der Gasart und von den Entladungsbedingungen. Diese beiden Abhängigkeiten treten auch bei verändertem Kathodenmaterial und verkürzter Anode immer wieder als typische Merkmale auf. Beim Vergleich der Verteilungskurven findet man den experimentellen Befund bestätigt, daß sich in H_2 besonders gut KSEen ausbilden, denn H_2 gibt einen schmalen Bündeldurchmesser und die höchste Maximalionenstromdichte. Auffallend ist, daß auch O_2 einen schmalen Bündelquerschnitt ergibt. Jedoch ist dort die Maximalionenstromdichte kleiner als bei H_2 , was man vielleicht so deuten kann, daß in O_2 ein größerer Teil des Entladungsstromes von negativen Ladungsträgern gebildet wird, als dies bei H_2 der Fall ist.

Wir wollen hier noch keine ins einzelne gehende Begründung für die verschiedenen HWBen der Bündel geben, sondern dies auf später

¹ HAILER, C.: l. c.

verschieben, wenn wir eine in Teil B entwickelte Theorie zur Verfügung haben. Es sei nur noch darauf hingewiesen, daß die Verteilungskurven offenbar nicht die Gestalt von Glockenkurven $[\exp(-r^2/r_0^2)]$ haben.

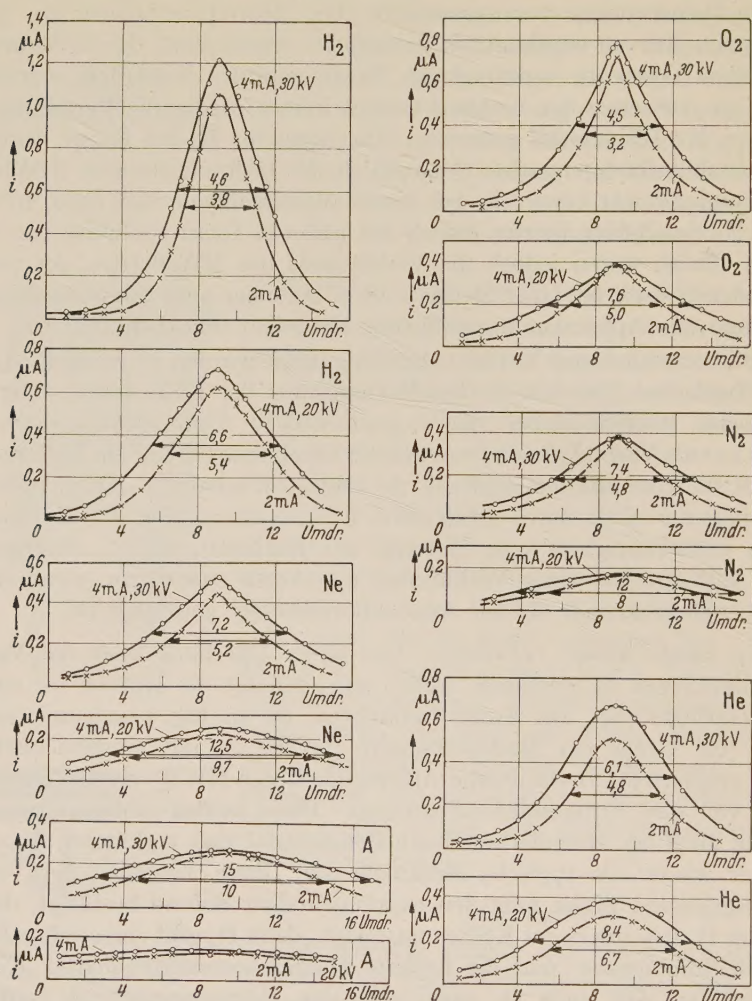


Fig. 3. Verteilungskurven bei langer Anode, Stahlkathode. Abszissenmaßstab: 1 Umdrehung entspricht 0,375 mm. Auffängerfläche 0,125 · 0,163 mm². Kathodenspaltdicke 2 mm.

Für spätere Berechnungen sind in Tabelle 1 die zu den Kurven der Fig. 3 gehörigen Entladungsdrücke dargestellt.

Außer für Stahl wurden die Verteilungskurven noch für je eine Kupfer-, Kohle- und Aluminium-Kathode gemessen. Sowohl Kupfer als auch Kohle geben fast identisch dieselben HWBen wie Stahl (lediglich

bei O_2 ist die HWB bei der Kohlekathode um etwa 75% größer als bei Stahl, wofür eine Erklärung fehlt). Es soll daher auf die Wiedergabe der Verteilungskurven verzichtet werden. Nur die Aluminium-

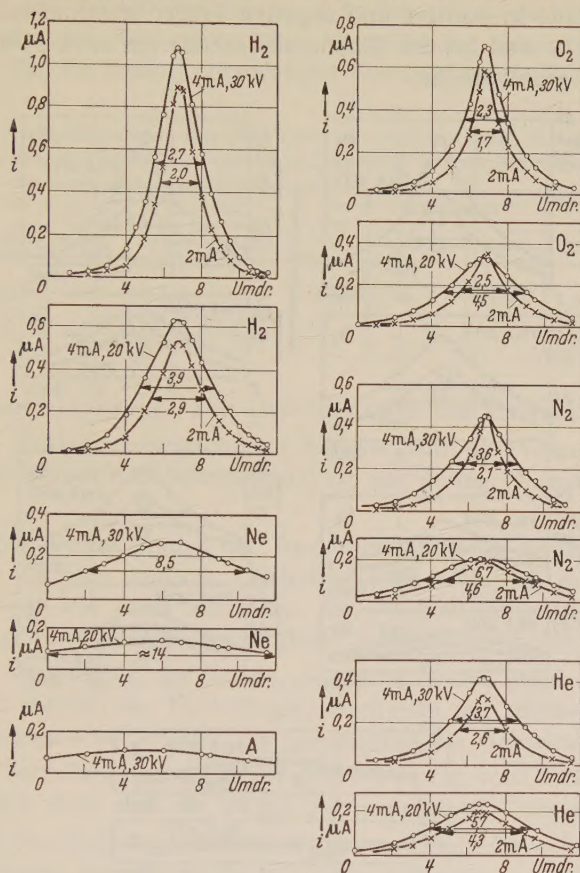


Fig. 4. Verteilungskurven bei langer Anode, Aluminiumkathode. Abszissenmaßstab: 1 Umdrehung entspricht 0,375 mm. Auffängerfläche $0,125 \cdot 0,174 \text{ mm}^2$. Kathodenspaltdicke 2 mm.

kathode bringt bei fast allen Gasen eine teilweise erhebliche Verkleinerung der HWB, wie aus Fig. 4 ersichtlich ist. Trotzdem sind die

Tabelle 1. Entladungsdrücke (in 10^{-2} Torr) bei langer Anode, Stahlkathode, unter verschiedenen Betriebsbedingungen von Spannung U und Entladungsstrom I .

Gas	$U = 20 \text{ kV}$		$U = 30 \text{ kV}$		Gas	$U = 20 \text{ kV}$		$U = 30 \text{ kV}$	
	$I = 2 \text{ mA}$	4 mA	2 mA	4 mA		$I = 2 \text{ mA}$	4 mA	2 mA	4 mA
H_2	5,6	6,0	4,85	4,8	He	5,6	5,8	5,2	5,6
O_2	1,65	1,7	—	1,68	Ne	3,4	3,5	3,2	3,4
N_2	2,0	2,1	1,85	2,0	A	$2,0_5$	$2,1_5$	2,2	2,4

Maximalstromdichten im Durchschnitt um 10 bis 20% niedriger als bei der Stahlkathode, d.h. es muß, da die Gesamtströme in beiden Fällen jeweils gleich gewählt wurden, eine andere Aufteilung des Entladungsstromes in positive und negative Träger stattfinden. Die Entladungsdrücke sind bei der Aluminiumkathode um etwa 25% niedriger als bei der Stahlkathode.

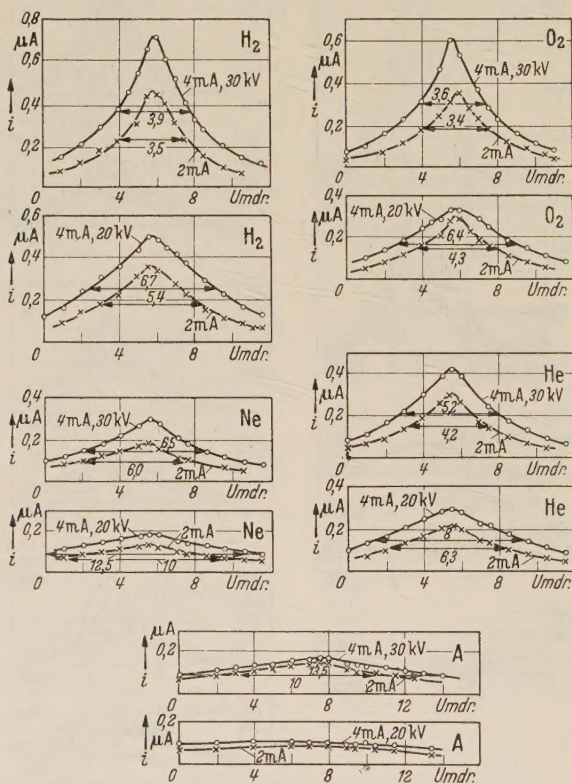


Fig. 5. Verteilungskurven bei kurzer Anode, Stahlkathode. Abszissenmaßstab: 1 Umdrehung entspricht 0,375 mm. Auffängerfläche 0,125 · 0,170 mm². Kathodenspaltdicke 2 mm.

b) *Kurze Anode (70 mm).* Zum Vergleich mit den für die lange Anode erhaltenen Verteilungskurven sind in Fig. 5 die Messungen mit der *Stahl-Kathode* und verkürzter Anode dargestellt (die anderen Kathodenmaterialien ergeben dieselben Änderungen der Kurvengestalt wie bei der langen Anode, insbesondere ergibt wieder die Al-Kathode die schmalsten Ionenbündel). Wir sehen den Befund von HAILER nicht ganz bestätigt, denn die verkürzte Anode hat teilweise eine Verkleinerung des Bündeldurchmessers zur Folge, jedoch wollen wir von dieser absehen, da sie innerhalb der Fehlergrenze liegt. Wichtig ist

die Verkleinerung des Ionenanteiles am Gesamtstrom, die hier deutlich zum Ausdruck kommt. Vergleichen wir die Entladungsdrucke (Tabelle 2) mit denen der langen Anode (Tabelle 1), so bemerken wir, daß die Verkleinerung des Entladungsraumes, d.h. des zur Ionisation zur Verfügung stehenden Gasraumes eine Vergrößerung des zur Aufrechterhaltung der Entladung notwendigen Gasdruckes zur Folge hat.

Tabelle 2. *Entladungsdrucke (in 10^{-2} Torr) bei kurzer Anode, Stahlkathode, unter verschiedenen Betriebsbedingungen von Spannung U und Entladungsstrom I .*

Gas	$U = 20$ kV		$U = 30$ kV		Gas	$U = 20$ kV		$U = 30$ kV	
	$I = 2$ mA	4 mA	2 mA	4 mA		$I = 2$ mA	4 mA	2 mA	4 mA
H ₂	6,2	6,5	6,2	5,7	Ne	4,5	4,5	4,5	4,55
O ₂	1,6	1,65	1,6	1,6	A	—	3,2	3,2	3,0
He	7,8	8,1	7,6	8,1					

c) *Zusammenfassung. Die Untersuchungen von CHIPLONKAR¹.*

1. Die Entladungsquerschnitte hängen von der Gasart ab; die Abhängigkeit vom Kathodenmaterial ist nur gering (Ausnahmen: Al; O₂ bei C).

2. Starke Beeinflussung der Ionenbündel durch die Entladungsspannung, d.h. das statische elektrische Feld beeinflusst merklich die Pinselbildung, was auch schon aus den Ausbeutesteigerungen durch Anodenblende² und Kathodenhütchen³ gefolgert werden kann.

3. Bei Verkürzung der Anode, bis Durchmesser gleich Länge geworden ist, werden die Entladungsquerschnitte nur unwesentlich beeinflusst, dagegen ändert sich der Ionenanteil am Gesamtstrom.

4. Die Verteilungskurven haben nicht die Gestalt von Glockenkurven. Im Vergleich dazu sind die Flügel der gemessenen Kurven zu hoch.

In der Untersuchung von CHIPLONKAR wurden die Verteilungskurven nicht mit einem verschiebbaren Auffänger gemessen, sondern die Kathode wurde in drei ringförmige Bereiche unterteilt und dann der auf diese fallende Entladungsstrom gemessen (der erste Bereich enthält das Kathodenzentrum). Unter der Annahme, daß die Verteilungsfunktion die Gestalt der Glockenkurve hat, berechnete CHIPLONKAR aus den Messungen des ersten Bereiches die HWB seiner Verteilung und kontrollierte damit seine in den beiden übrigen Bereichen gemessenen Werte. Bei genauer Betrachtung seiner Zahlenangaben stellt man fest, daß auch bei ihm der im äußersten Bereich gemessene Strom

¹ CHIPLONKAR, V. T.: l. c.

² HAILER, C.: l. c.

³ KAMKE, D.: Z. Naturforschg. 4a, 391 (1949).

im Vergleich zur Glockenkurve zu groß ist. In Fig. 6 sind die von ihm und vom Verfasser erhaltenen Werte zusammengestellt und durch eine Kurve verbunden. — Da bei höheren Entladungsspannungen die notwendigen Drucke kleiner werden und damit die mittlere freie Weglänge der Ionen ansteigt, sehen wir, daß die Verteilungsfunktion um so schmaler wird, je kleiner der Gasdruck ist, was man vielleicht als Hinweis dafür annehmen kann, daß die Breite der Verteilungsfunktion zum Teil bestimmt wird durch die bei Zusammenstößen mit den Gasatomen eintretende Streuung der Ionen.

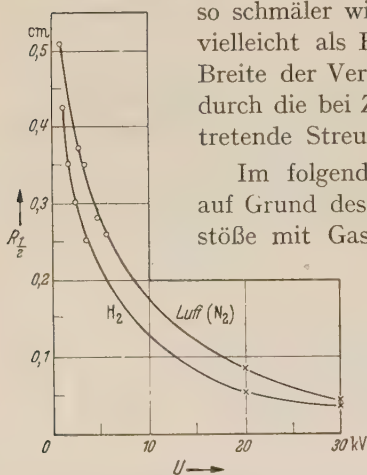


Fig. 6. Halbwertsradien der Entladungsbündel für Wasserstoff und Luft (N_2) in Abhängigkeit von der Entladungsspannung (Entladungsstrom 2 mA, Kathodenmaterial Al). o CHIPLONKAR, x KAMKE.

Im folgenden Teil B dieser Arbeit wird versucht, auf Grund des zerstreuen Einflusses der Zusammenstöße mit Gasatomen und des konzentrierenden Einflusses des elektrischen Feldes eine Aussage über die Größe des Bündeldurchmessers zu erhalten. Wir werden dabei immer wieder auf die experimentell gewonnenen Ergebnisse zurückgreifen. Die Berechnung des Ionenstromanteiles am Gesamtstrom und des Einflusses des Kathodenmaterials wird nur bei der Betrachtung über die Stationarität der Entladung gestreift werden.

B. Entwicklung einer Theorie der Kanalstrahlentladung.

Jede Theorie der KSE muß 2 Dinge zeigen: 1. Unter den üblichen Betriebsbedingungen (Druck einige 10^{-2} Torr, Brennspannung einige kV bis zu 100 kV) kann eine selbständige Entladung aufrechterhalten werden, d.h. für jeden an die Elektroden abgewanderten Ladungsträger entsteht wieder ein solcher im Gasraum (*Stationaritätsbedingung*). 2. Muß gezeigt werden, daß die ganze Entladung sich auf einen schmalen Bereich in der Umgebung der Achse beschränkt, daß *dieser schmale Pinsel* also die *stabile* Entladungsform ist. — Wesentlich für eine Theorie der KSE ist die Kenntnis der auf die Ladungsträger wirkenden Kräfte. Daher soll eine Untersuchung des in der KSE herrschenden Feldes vorangestellt werden. Das bedingt, daß wir uns ausschließlich mit den sog. ganzmetallischen Entladungsröhren beschäftigen, denn bei ihnen ist das Feld nicht durch Wandaufladungen verzerrt¹.

¹ Gelegentlich wird zur Diskussion gestellt, ob auf Fetthäuten und ähnlichen Niederschlägen auf der Anode Oberflächenladungen auftreten können. Sind diese negativ, so würde das Feld homogenisiert und damit die interessierende Radialfeldstärke verkleinert werden.

4. Das statische elektrische Feld

einer Anordnung von kreisförmiger Kathode und langer zylindrischer Anode ist von GUNDERT¹ berechnet und von HIMPAN² im elektrolytischen Trog ausgemessen worden. Eine Reproduktion der von HIMPAN gewonnenen Äquipotentialflächen gibt Fig. 7, in welche außerdem einige Feldlinien eingezeichnet sind. GUNDERT findet für das Potential die Darstellung

$$\varphi(z, r) = \frac{2U}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \frac{z}{R}}{\lambda} \frac{J_0\left(i \lambda \frac{r}{R}\right)}{J_0(i \lambda)} d\lambda \quad (1)$$

in Zylinderkoordinaten z und r , wobei R der Radius des Rohres, U die angelegte Spannung, J_0 die BESSEL-Funktion zum Index 0 und i die imaginäre Einheit ist³. Der Verlauf des Potentials in der Rohrachse läßt sich darstellen durch eine Interpolationsfunktion $\Phi(z) = U \operatorname{Eg} \alpha \frac{z}{R}$, wo α aus der Ableitung bei $z=0$ zu bestimmen ist. Man findet nach Vergleich mit (1) $\alpha = 1,32 \pm 0,5\%$. Die Abweichungen der Interpolationsfunktion von (1) sind $< 0,7\%$. Für $r \neq 0$ wird das Potential

$$\varphi(z, r) = \Phi(z) - \frac{1}{4} \Phi''(z) r^2 + \left. \begin{aligned} &+ \frac{1}{84} \Phi^{IV}(z) r^4 - \dots \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

die uns interessierenden Feldstärkenkomponenten sind daraus durch Differentiationen zu gewinnen. Ein Blick auf Fig. 7 lehrt, daß die Formeln auch noch für endlich lange Anoden brauchbar sind; erst für eine Anode, deren Länge kleiner als $2R$ ist, sind wesentliche Abweichungen zu erwarten.

¹ GUNDERT, E.: Telefunkenröhre H. 19/20, 61 (1941).

² HIMPAN, J.: Telefunkenröhre H. 16, 198 (1939).

³ In unseren Experimenten war $R=3,5$ cm. — Die Ausführung der Integration in der komplexen λ -Ebene ergab

$$\varphi(z, r) = U \left[1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-u_n \frac{z}{R}}}{u_n} \frac{J_0 u_n \frac{r}{R}}{J_1(u_n)} \right],$$

wobei u_n die reellen Nullstellen von J_0 sind.

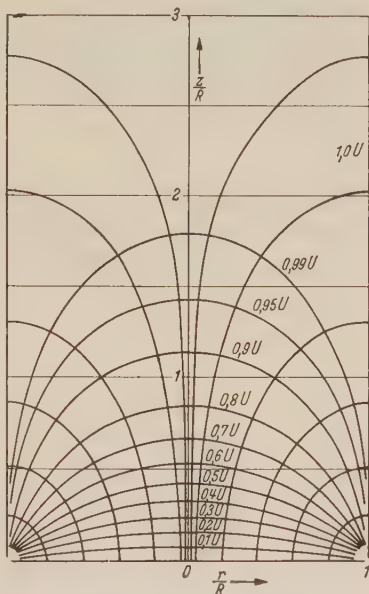


Fig. 7. Äquipotentialflächen und Feldlinien des statischen elektrischen Feldes. Kathodenpotential Null, Anodenpotential U .

5. Das Raumladungsfeld

rührt von den sich bewegenden Ladungsträgern her, wobei die von Elektronen erzeugte Raumladung wegen der im Vergleich zur Geschwindigkeit der Ionen großen Geschwindigkeit vernachlässigt werden darf. Zur Abschätzung der positiven Raumladung wollen wir H_2 als Entladungsgas bei den Betriebsbedingungen 2 mA, 20 kV betrachten. Aus den in Fig. 3 dargestellten Kurven entnehmen wir für die Stahlkathode einen HW-Radius von etwa $r_0 = 0,1$ cm. Wenn man zunächst die Verteilungskurve einfach durch eine Glockenkurve ersetzt, ergibt sich für die Stromdichte

$$j = j_0 e^{-\frac{r^2}{r_0^2} \ln 2} = 3,1 e^{-\frac{r^2}{\text{cm}^2} \cdot 10^2 \ln 2} \frac{\text{mA}}{\text{cm}^2},$$

wobei r in cm einzusetzen ist. Zur Berechnung der Raumladungsdichte legen wir das von SCHÜTZE¹ gemessene Energiespektrum der Ionen zugrunde. Ist $dI = f(W) \cdot dW$ der Teilchenstrom im Energieintervall zwischen W und $W + dW$, so ist die gesamte Raumladungsdichte

$$\varrho = \int_0^U \frac{f(W) dW}{\sqrt{2W/m}}.$$

Führt man eine „mittlere Energie“ W_m durch die Beziehung

$$\varrho = \frac{1}{\sqrt{2W_m/m}} \int_0^U f(W) dW$$

ein, so lassen sich die von SCHÜTZE gemessenen Kurven durch graphische Integration zur Bestimmung von W_m benützen (bei $U = 20$ kV erhält man $W_m = 10$ kV) und damit ist ϱ aus $j = \varrho v$ berechenbar. Man findet

$$\varrho = 3 \cdot 10^{-11} e^{-\frac{r^2}{\text{cm}^2} \cdot 10^2 \ln 2} \frac{\text{Amp sec}}{\text{cm}^3}. \quad (3)$$

Unter der Annahme eines zylindrischen Entladungsgebietes ergibt sich daraus für die Raumladungsfeldstärke (die eine reine Radialfeldstärke ist)

$$E(r) = \frac{2,5}{r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\text{cm}^2} \cdot 10^2 \ln 2} \right) \text{ Volt}^2. \quad (4)$$

¹ SCHÜTZE, W.: Wiss. Veröff. Siemens-Werke **17**, 135 (1938).

² Die gefundenen Werte der Raumladungsfeldstärke gelten zunächst nur für die unmittelbare Umgebung der Kathode (kleines z/R). Für wachsendes z/R sind Korrekturen anzubringen: 1. Für große z/R wird das Entladungsgebiet breiter, also liefert die Annahme eines zylindrischen Entladungsgebietes zu hohe Werte der Raumladungsfeldstärke. 2. Für wachsendes z/R ist W_m kleiner als in unmittelbarer Nähe der Kathode. 3. In größerem Abstand von der Kathode ist die Ionenstromdichte kleiner als in Kathodennähe. Die Berücksichtigung dieser drei Einflüsse dürfte zeigen, daß (4) auch noch für größere z/R gültig ist und jedenfalls nicht zu niedrige Werte liefert.

In Fig. 8 stellt die strichpunktierte Kurve diese Feldstärke dar. Zum Vergleich sind für $U = 20$ kV die statischen Radialfeldstärken mit eingezeichnet. Wir sehen, daß in unmittelbarer Umgebung der Kathode (kleines z/R) das Raumladungsfeld durchaus eine Korrektur des statischen Feldes ergibt. In unmittelbarer Umgebung der Kathode sind jedoch die statischen Längsfeldstärken sehr hoch und die Ionen haben in der Umgebung der Kathode schon eine so große Geschwindigkeit, daß weder das statische noch das Raumladungsfeld merklichen Einfluß auf die Ionenbahnen haben wird. Dies wird selbst noch zutreffen für den Fall des Sauerstoffs, wo wegen der 16mal größeren Masse und der allerdings nur halb so großen Maximalstromdichte die Raumladung doppelt so groß wie die bei H_2 ist.

6. Das magnetische Feld

können wir als Feld eines Stromfadens, der die Ausdehnung des Entladungspinsels hat, berechnen, wobei die Form der Verteilungskurve dieselbe wie in Ziffer 5 sei. Die Stromdichte ist jetzt durch den Gesamtstrom bestimmt. Man findet dann für die vom magnetischen Feld des Gesamtstromes (2 mA) herührende elektrische Radialfeldstärke für Elektronen von 10 keV Energie

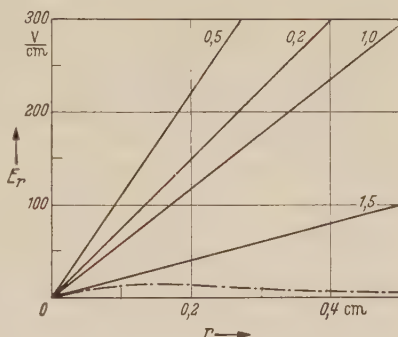


Fig. 8. Betrag der statischen Radialfeldstärke und der Raumladungsfeldstärke (strichpunktierte Kurve) bei 20 kV Entladungsspannung, 2 mA Entladungsstrom. Kurvenparameter sind z/R -Werte.

$$E_e = \frac{24,6 \cdot 10^{-8}}{r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\text{cm}^2} \cdot 10^2 \ln 2} \right) \text{ Volt}, \quad (5)$$

für H_2 -Ionen von 10 keV Energie

$$E_i = \frac{0,4 \cdot 10^{-3}}{r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\text{cm}^2} \cdot 10^2 \ln 2} \right) \text{ Volt}. \quad (6)$$

Aus den Beziehungen (5) und (6) sehen wir, daß die Beeinflussung der Teilchenbahnen durch das magnetische Feld nicht berücksichtigt zu werden braucht [z.B. wäre für die Elektronen nach (5) mit einem zur Achse gerichteten elektrischen Feld von maximal etwa 70 mV/cm zu rechnen]. In den folgenden Betrachtungen sollen sowohl die durch das Magnetfeld wie die durch das Raumladungsfeld bewirkten Korrekturen des statischen Feldes vernachlässigt werden; wir wollen also mit dem *statischen Feld* rechnen.

7. Ionisierungsprozesse in der KSE.

In Tabelle 3 sind für die bei Betrieb mit Stahlkathode gemessenen Entladungsdrucke die zugehörigen mittleren freien Weglängen für schnelle Molekülionen (bei den Edelgasen für schnelle Atomionen) angegeben¹. Die mittleren freien Weglängen für Elektronen sind um den Faktor 4 größer als die in der Tabelle angegebenen Zahlen, haben also die Größenordnung 1,6 cm, während die der Ionen 0,4 cm beträgt. Das bedeutet, daß sowohl die Ionen wie die Elektronen im Raum $z/R < 1,5$ (vgl. Fig. 7) auf einer mittleren freien Weglänge Energien

von einigen hundert eV bis zu einigen keV aufnehmen. Daraus folgt, daß wir bei der KSE auch mit Ionisation durch schwere Ionen zu rechnen haben, welche bei gewöhnlichen Glimmentladungen zu vernachlässigen ist. Diesen Schluß hat schon HAILER² gezogen, der Kanalstrahlen erzeugen konnte, die durch keinen ersichtlichen Mechanismus auf der Kathodenoberfläche zu beeinflussen waren. Er nahm daher an, daß in der KSE nicht der übliche α , γ -Mechanismus die Aufrecht-

Tabelle 3.
Mittlere freie Weglänge (in cm)
schneller Ionen. Betriebsbedingungen
der Entladung: Spannung U , Strom I ,
lange Anode, Stahlkathode.

Gas	$U = 20 \text{ kV}$		$U = 30 \text{ kV}$	
	$I = 2 \text{ mA}$	4 mA	2 mA	4 mA
H ₂	0,276	0,251	0,311	0,314
O ₂	0,535	0,52	—	0,525
N ₂	0,476	0,378	0,427	0,476
He	0,426	0,412	0,46	0,426
Ne	0,50	0,485	0,53	0,50
A	0,43	0,41	0,40	0,366

erhaltung der Entladung gewährleistet, sondern daß ein α , β -Mechanismus vorliegt³. Aus den Untersuchungen über Ionisation in stark inhomogenen Feldern (Feldstärkenänderung je mittlere freie Weglänge größer als 3 %), die MORTON⁴ und anschließend JOHNSON⁵ angestellt haben, ist jedoch zu entnehmen, daß für quantitative Überlegungen nicht mit den Ionisierungszahlen α und β gerechnet werden darf, sondern die differentialen Ionisierungen direkt zu verwenden sind. Es läßt sich dann eine abschätzende Berechnung zur Nachprüfung der Erfüllung der Stationaritätsbedingung durchführen. Es werde angenommen, ein Elektron starte in der Achse des Rohres an der Kathode. Sehr rasch erhält es in dem starken Feld vor der Kathode eine große Geschwindigkeit, durchläuft also praktisch den ganzen Gasraum mit einer hohen kinetischen Energie. Daher ist die Zahl der auf seinem Weg gebildeten

¹ Berechnung aus den Drucken von Tabelle 1 nach KNOLL, OLLENDORF und ROMPE, Gasentladungstabellen, Berlin 1935, S. 23.

² HAILER, C.: l. c.

³ Bedeutung der Ionisierungszahlen α , β und γ vgl. A. v. ENGEL und M. STEENBECK, Elektrische Gasentladungen, Bd. I, Berlin 1932, sowie L. LOEB, Fundamental Processes of Electrical Discharge in Gases, New York 1939.

⁴ MORTON, P. L.: Phys. Rev. **70**, 358 (1946).

⁵ JOHNSON, G. W.: Phys. Rev. **73**, 284 (1948).

Ionenpaare sehr gering, nämlich für H_2 nach den Angaben in ENGEL-STEENBECK¹ bei 17,5 cm Weg im Mittel 0,073 Ionenpaare (angelegte Spannung 30 kV, Gasdruck 0,05 Torr). Aus dieser geringen Ionen-erzeugung sehen wir, daß die Stationaritätsbedingung nur erfüllt werden kann, wenn entweder die Ionisation durch die auf die Kathode zu-laufenden Ionen *im Gasraum* kräftig ist, oder eine große Zahl von Elek-tronen *aus der Kathode* ausgelöst werden. Dabei ist zu bedenken, daß auch die im Ionenstrahl durch Umladung entstehenden Neutralteilchen an Ionisation und vor allem Elektronenauslösung beteiligt sein werden. Rechnen wir für die Ionisation durch Ionen mit einem durchschnitt-lichen möglichen Weg von 3,5 cm (hohe Ionenenergie erst im Raum $z/R < 1$), und nach ENGEL-STEENBECK (l. c. S. 51) bei 0,05 Torr mit einer differentialen Ionisierung von $40 \cdot 10^{-2}$ Ionenpaaren je cm, so wird die von dem einen ursprünglich an der Kathode gestarteten Elektron herrührende und an der Kathode ankommende Ionenzahl etwa

$$0,073 e^{40 \cdot 10^{-2} \cdot 3,5} \approx 0,3$$

sein, d.h. in der *Umgebung* der Kathode sind im Gasraum durch das Ionisierungsspiel wieder $0,3 - 0,073 \sim 0,23$ Elektronen entstanden. Berücksichtigt man, daß die auf die Kathode aufrallenden 0,3 Ionen dort weitere Elektronen befreien (etwa 0,6; man kann mit γ mindestens gleich 2 für schnelle Ionen rechnen), so sehen wir, daß in unserer rohen Abschätzung für jedes an der Kathode gestartete Elektron etwa 0,83 Elektronen entstehen, also die Stationaritätsbedingung ungefähr er-füllt ist.

Da Ionisation durch Ionen erst bei hoher Energie merklich wird, bleibt Ionenionisierung auf die *unmittelbare Umgebung* der Kathode beschränkt. Wir wollen daher diese Ionisation (ebenso wie bei der Betrachtung gewöhnlicher Glimmentladungen) als eine Vergrößerung des Elektronenauslösungskoeffizienten γ in Rechnung stellen und werden damit unsere oben durchgeführte Abschätzung — ebenso wie die folgende Theorie — *auch dann* noch anwenden können, wenn keine Elektronenauslösung aus der Kathode mehr stattfinden sollte, d.h. wenn die Ionen nicht mehr auf die Kathodenfläche auftreffen (z.B. beim Vorliegen eines sehr weiten Kanals in der Kathode).

Neben dem γ -Effekt bleibt noch die Möglichkeit der Elektronen-auslösung durch *Photoeffekt* an den Wänden des Entladungsraumes und im Gasraum selbst. Wegen des geringen Gasdruckes kann man wohl vom Photoeffekt im Gasraum absehen. Photoeffekt an der Anode ist uninteressant, so daß nur derjenige an der Kathode zu betrachten bleibt. Wir wollen hier jedoch diese zusätzliche Möglichkeit der Elek-tronengewinnung noch nicht genauer diskutieren, sondern dies auf

¹ V. ENGEL, A., u. M. STEENBECK: l. c.

später (S. 238) verschieben, wo wir leicht übersehen, welche Abänderungen der Überlegungen wegen des an der Kathode erfolgenden Photoeffektes vorzunehmen sind.

8. Modell der Kanalstrahlentladung.

Für die weiteren Betrachtungen soll ein einfaches Modell zugrunde gelegt werden: An der Kathode oder in ihrer unmittelbaren Nähe Auslösung von Elektronen bzw. Stoßionisation durch Ionen und Neutralteilchen (Ionisierungsgebiet); im ganzen übrigen Entladungsgebiet nur Stoßionisation durch die Elektronen und Umladungsprozesse zwischen Ionen und Gasmolekülen.

Damit kommen wir auf einfache Weise zu der Ionenstromverteilungskurve auf der Kathode: Wir gehen aus von einem im Ionisierungsgebiet startenden Elektron. Es bildet auf seinem Weg zur Anode eine gewisse Zahl von Ionenpaaren, eine „Ionenkette“, deren Dichte durch die Energieabhängigkeit der differentialen Ionisierung bestimmt ist (diese Abhängigkeit wird später vernachlässigt). Die Ionen dieser Kette laufen auf die Kathode zu, wobei sie durch Zusammenstöße mit den Gasatomen einerseits aus ihrer Bahn abgelenkt werden und andererseits umladen (Einfluß der Umladung auf die Ionendichte in der Kette s. unten). Würde ein in z -Richtung homogenes elektrisches Feld vorliegen, so hätten Ablenkung und Umladung zur Folge, daß aus einem „Ionenpaket“ — mit diesem Ausdruck wollen wir die im Längienstück dz in irgendeiner Höhe z startenden Ionen unserer Ionenkette bezeichnen — eine glockenkurvenförmige Stromverteilung auf der Kathode entstehen würde; dabei muß allerdings angenommen werden, daß „viele“ Zusammenstöße erfolgt sind, was in Ziffer 9 noch besonders besprochen werden soll. Die Breite der Glockenkurve hängt von der Starthöhe z des Ionenpaketes ab. Durch das in unserem Fall vorliegende Radialfeld werden diese Stromverteilungskurven zur Achse hin zusammengedrängt. Erfafßt man diese Zusammendrängung quantitativ, so läßt sich durch Summation der Verteilungskurven der einzelnen Ionenpakete die „Elementarverteilungskurve“ der gesamten Ionenkette berechnen.

Die auf die Kathode (das Ionisierungsgebiet) auftreffenden Ionen erzeugen dort gemäß unserer Annahme Elektronen, die wieder geradlinig in den Gasraum hinauslaufen und dabei Ionenpaare bilden. Wir erhalten also als zweiten Schritt keine einzelne Ionenkette, sondern einen ganzen Ionenschlauch in der Umgebung der Achse. Diesen Schlauch können wir auffassen als ein Bündel von Ionenketten, deren Verhalten wir eben studiert haben; neu hinzu kommt für die außerhalb der Achse gebildeten Ionenketten eine Verschiebung des Mittelpunktes der Verteilungsfunktion zur Achse hin. Durch immer wiederholte Anwendung dieses Ionisierungsspieles muß sich schließlich die *stabile*

Gesamtverteilungsfunktion als diejenige ergeben, die bei einem weiteren Schritt reproduziert wird, bei der also keine weitere Verbreiterung mehr auftritt.

Für die Rechnung müssen wir wissen, wie die Größe der Ionenpakete von der Starthöhe z_0 (vgl. Fig. 9) abhängt. Da die Beschleunigung des Primärelektrons in unmittelbarer Nachbarschaft der Kathode erfolgt (vgl. das Feldlinienbild in Fig. 7), kann mit konstanter differentialer Ionisierung gerechnet werden, so daß zunächst eine von z unabhängige Zahl von Ionenpaaren je cm entsteht. Jedes Ion fällt von seinem Startpunkt beschleunigt über das „Galtonbrett“ der Gasatome zur Kathode. Dabei treten Umladungen auf

$\text{Ion}_{\text{schnell}} + \text{Molekül}_{\text{langsam}} \rightarrow \text{Molekül}_{\text{schnell}} + \text{Ion}_{\text{langsam}}$
und

$\text{Molekül}_{\text{schnell}} + \text{Molekül}_{\text{langsam}} \rightarrow \text{Ion}_{\text{schnell}} +$
 $+ \text{Molekül}_{\text{langsam}} + \text{Elektron}.$

Zahlenwerte für die „Umladekoeffizienten“ ε und ζ dieser beiden Prozesse (BERRY¹ und ENGEL-STEENBECK²) zeigen, daß in unserem Fall der zweite Prozeß von vornherein vernachlässigt werden kann ($\varepsilon \gg \zeta$).

Lassen wir also in der Höhe z_0 (Fig. 9) N_0^+ Ionen starten, so werden wegen der Umladung nur noch

$$n^+ = N_0^+ e^{-\varepsilon z_0}$$

Ionen auf der Kathode ankommen. Der Rest wird durch langsame Ionen ersetzt, und zwar entstehen an der Stelle z

$$dn^+ = N_0^+ e^{-\varepsilon(z_0 - z)} \varepsilon dz$$

langsame Ionen; sie sollen zu den bei z primär gebildeten Ionen hinzugeschlagen werden. — Damit rechnen wir also als „im Gebiet zwischen z und $z + dz$ startende Ionen“ alle dort langsamen Ionen. Diese Art der Rechnung soll in gewisser einfacher Weise berücksichtigen, daß unsere Prozesse alle energieabhängig sind, daß aber diese Abhängigkeit rechnerisch wegen zu großer mathematischer Schwierigkeiten nicht erfaßbar ist.

Zur Umgehung dieser Schwierigkeit lassen wir weiter der Teilchenstromdichte $N_0^+(z_0)$ eine Raumdichte $\varrho_0(z_0) dz_0$ entsprechen, so daß wir schließlich für die in der Höhe z startende Teilchenzahl erhalten:

$$\varrho_0(z) dz = \int_z^H \varrho_0(z_0) e^{-\varepsilon(z_0 - z)} \varepsilon dz dz_0, \quad H = \text{Anodenlänge.}$$

¹ BERRY, H. W.: Phys. Rev. **74**, 848 (1948); ferner H. W. BERRY: Phys. Rev. **62**, 378 (1942) und H. MEYER: Ann. Phys. (5) **30**, 635 (1937).

² V. ENGEL, A., u. M. STEENBECK: l. c.

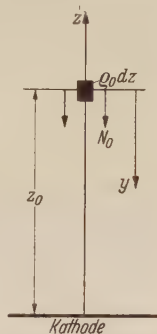


Fig. 9. Zur Berechnung der Iondichte in einer Ionenkette (Ziffer 8) und Gewinnung der Elementarverteilungskurve (Ziffer 9).

Dies ist eine Integralgleichung für $\varrho_0(z)$, aus der man mittels Differentiation nach z die Lösung

$$\varrho_0(z) = \varrho_{00} e^{-\varepsilon z}$$

gewinnt. Damit ist die Größe des an der Kathode ankommenden Ionenpaketes

$$\varrho_0(0) = \varrho_0(z_0) e^{-\varepsilon z_0} = \varrho_{00} e^{-2\varepsilon z_0}, \quad (7)$$

wenn wieder z_0 die Starthöhe ist. Wir haben damit die Gewichtsfaktoren gefunden, welche bei der Summation der Ionenpaketverteilungskurven zur Elementarverteilungskurve die Größe der Ionenpakete bestimmen.

9. Die Elementarverteilungskurve.

a) *Verteilungsfunktion für ein Ionenpaket.* Nach unserem in Ziffer 8 entwickelten einfachen Modell der KSE gehen wir von einer in der Rohrachse vorhandenen Ionenkette aus und berechnen zunächst die Form der Verteilungskurve der auf der Kathode ankommenden Ionen für ein einzelnes Ionenpaket. Die Verteilungskurve für die ganze in der Achse vorhandene Ionenkette (im folgenden Elementarverteilungskurve genannt) gewinnen wir durch Summation der Verteilungskurve der einzelnen Ionenpakete. — Würden die Ionen eines Paketes im Vakuum laufen, so blieben sie auf ihrem Weg zur Kathode in der Achse lokalisiert (Anfangsgeschwindigkeit Null). Infolge der anwesenden Gasmoleküle kommt es jedoch zu Zusammenstößen mit diesen, bei denen die Ionen aus ihrer Bahn abgelenkt werden und daher nach Durchlaufen einer mittleren freien Weglänge im Mittel um einen gewissen Betrag δ (gemessen in einer Ebene senkrecht zur z -Achse) gegen ihre ursprüngliche Bahn verschoben sind. Infolge der Verschiebungen zwischen zwei Zusammenstößen treffen die Ionen in einem ganzen Bereich um die Achse herum auf der Kathode auf. Die Frage nach der Größe des Auftreffbereiches, d.h. die Frage nach der Wahrscheinlichkeit für eine auf der Kathode auftretende Gesamtablenkung (oder Gesamtverschiebung) ist von BOTHE¹ für Elektronen als allgemeines Streuproblem schon behandelt worden. In der von ihm verwendeten Bezeichnung handelt es sich hier um eine typische *Mehrfachstreuung*. Der mathematischen Behandlung der Mehrfachstreuung stehen bisher große Schwierigkeiten entgegen. Daher wollen wir hier unsere Verteilungsfunktion als durch *Vielfachstreuung* erzeugt denken. Wir sind uns jedoch dessen bewußt, daß wir damit im Endresultat eine zu breite Verteilungsfunktion erhalten werden (BOTHE, l. c. S. 24). Nach BOTHE (l. c.) ergibt sich für die Zahl der im Bereich zwischen r und $r + dr$

¹ BOTHE, W.: Handbuch der Physik, 2. Aufl., Bd. XXII/2. Berlin 1933.

auf der Kathode auftreffenden Teilchen (Größe der Ionenpakete $q_0 dz$, vgl. Fig. 9)

$$dN = \frac{2\lambda}{\delta^2 z_0} q_0 dz e^{-\frac{r^2 \lambda}{\delta^2 z_0}} r dr, \quad (8)$$

wobei z_0 die Starthöhe des Ionenpaketes ist, λ = mittlere freie Weglänge, δ die eben erwähnte mittlere Verschiebung auf einer freien Weglänge. Es ist dabei zunächst ein homogenes Vertikalfeld zugrunde gelegt worden. Dann haben wir aber auch zu berücksichtigen, daß δ eine Funktion von z ist, denn, wie man leicht berechnet, ist die Verschiebung ξ nach Durchlaufen eines Vertikalweges der Größe λ , wenn nach einem Zusammenstoß die Geschwindigkeit die Richtung ϑ gegen die z -Achse hat

$$\frac{\xi}{\lambda} = \frac{W_0}{W_\lambda} \sin 2\vartheta \left[\sqrt{\cos^4 \vartheta + \frac{W_\lambda}{W_0}} - \cos^2 \vartheta \right].$$

Das heißt, es ist auch die mittlere Verschiebung δ (Mittelung über alle ϑ) eine Funktion vom Verhältnis der auf einer mittleren freien Weglänge aufgenommenen Energie W_λ zur Anfangsenergie beim Stoß W_0 und damit abhängig von z . In Gl. (8) wäre dann $\delta^2 z_0$ zu ersetzen durch $\int_0^{z_0} \delta^2 dz$. Im Rahmen unserer Rechengenauigkeit wollen wir jedoch die Veränderung von δ mit wachsender durchfallener Höhe unberücksichtigt lassen und mit einem mittleren $\delta/\lambda = 0,4$ rechnen, was sich aus einer graphischen Darstellung von δ/λ als Funktion von W_λ/W_0 als vernünftig erweist.

Aus (8) folgt, daß die Breite der Verteilungsfunktion eine Funktion der durchfallenen Höhe ist. Als Maß für das Breiterwerden der Kurve können wir den durch

$$\bar{r} = \frac{\int r dN}{\int dN} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \delta \sqrt{y} \quad (9)$$

definierten „mittleren Radius“ betrachten, der mit der $1/e$ -Wertsbreite in dem Zusammenhang $\bar{r} = \sqrt{\pi} \frac{r_{1/e}}{2}$ steht. Aus der analytischen Form von (9) sehen wir, daß der Ort von $\bar{r}$ eine Parabel ist. Das wäre aber genau die Bahn eines Massenpunktes m , der horizontal von der Achse weg bei $y=0$ (Fig. 9) mit der Geschwindigkeit

$$v_0 = \frac{\delta}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2\lambda} \frac{e A_1}{m}} \quad [A_1 \text{ siehe Gl. (11)}] \quad (10)$$

starten und dann den Gasraum *ungestört* durchqueren würde! Dies legt nahe, die Behandlung des Verbreiterungsproblems bei wirksamem *Radialfeld* zu studieren am Verhalten der Bahn einer „Ersatzmasse“ m ,

und diese Bahn dann zu identifizieren mit dem $\bar{r}$, das sich bei Durchrechnung des Radialfeldproblems ergeben würde. Zwar fehlt ein Beweis für die Äquivalenz dieser Betrachtungsweise, jedoch sehen wir sofort, daß zwischen zwei Stößen ein einzelnes Ion wirklich immer Stücke dieser Bahn der Ersatzmasse durchlaufen wird; denn auch die wirklichen Ionen akkumulieren Energie und verhalten sich daher wie die Ersatzmasse. — Die Bahn der Ersatzmasse spielt bei der Untersuchung der Verbreiterung der Elementarverteilung eine wesentliche Rolle; wir wollen hier zunächst die Ersatzmasse im *inhomogenen* Feld betrachten, um einen Überblick über das Verhalten der Ionenpakete zu bekommen.

b) *Die Bahn der Ersatzmasse.* Aus Gl. (2) ergibt sich für die Feldstärkenkomponenten (da r die Größenordnung 0,1 cm hat, können wir uns auf die erste Näherung beschränken)

$$\left. \begin{aligned} E_r &= -A_2(z) r = -\left(\frac{1,32}{R}\right)^2 U \frac{\Im g \frac{1,32z}{R}}{\Im o|^2 \frac{1,32z}{R}} \cdot r, \\ E_z &= -A_1(z) = -\frac{1,32}{R} U \frac{1}{\Im o|^2 \frac{1,32z}{R}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Die Bewegungsgleichungen für die Ersatzmasse lauten dann, wenn wir uns auf Bewegungen in einer vertikalen Schnittebene, die die Achse enthält, beschränken,

$$m\ddot{r} = -e A_2(z) r, \quad m\ddot{z} = -m\ddot{y} = -e A_1(z), \quad [e = \text{Ionenladung}]. \quad (12)$$

Diese Gleichungen lassen sich nur dann geschlossen integrieren, wenn A_1 und A_2 konstant sind. In diesem Fall ist die Lösung für y

$$y = \frac{e A_1}{2m} t^2.$$

Demnach bleibt für den geometrischen Bahnverlauf die Differentialgleichung

$$y \frac{d^2 r}{dy^2} + \frac{1}{2} \frac{dr}{dy} + \frac{1}{2} \frac{A_2}{A_1} r = 0, \quad (13)$$

die als Lösung

$$r = a_1 \cos \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} 2y + a_2 \sin \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} 2y$$

hat¹, wobei a_1 und a_2 aus den Anfangsbedingungen zu bestimmen sind. Da hier A_1 und A_2 *nicht* konstant sind, müssen wir die Bahn durch stückweise Integration mit stückweise konstantem A_1 und A_2 gewinnen.

Am Startpunkt muß dabei $a_1 = 0$ und $a_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \frac{\pi \delta^2}{2\lambda}$ sein. Demnach

¹ KAMKE, E.: Differentialgleichungen, Lösungsmethoden und Lösungen, Bd. I. Leipzig 1942.

genügt es, mit der Funktion $s = 2r \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi \delta^2}}$ im ersten Intervall zu beginnen und am Schluß mit $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \delta^2}{2\lambda}}$ zu multiplizieren, um $\bar{r}$ zu erhalten. In Fig. 10a ist für unser Feld der KSE eine Anzahl so gewonnener Bahnkurven mit verschiedener Starthöhe aufgezeichnet. Aus den Kurven geht hervor, daß sämtliche Ionenverteilungen in einem schmalen Bereich um die Achse herum verbleiben, von welcher Höhe die Pakete auch starten mögen. In Fig. 10b sind die Auftreff„radien“ s_0 auf der Kathode in Abhängigkeit von der Starthöhe z_0 aufgezeichnet [zum Vergleich sind auch die Auftreffradien für das homogene Feld (gestrichelte Kurve) angegeben]. Um nun endlich die Elementarverteilungskurve zu erhalten, müssen wir alle Ionenpaketverteilungskurven summieren unter Berücksichtigung ihrer Auftreffradien, d. h. ihrer durch Fig. 10b bestimmten HW-Radien. Dabei sind gemäß dem in Ziffer 8 Gesagten die Ionenpakete mit Gewichten zu versehen, die von z abhängen und durch Umladungen bestimmt sind.

c) *Verteilungskurve für eine Ionenkette.* Die Summation der Verteilungskurven zur Elementarverteilung müssen wir in zwei Schritten ausführen, nämlich einmal für den Bereich großer r auf der Kathode und dann für kleine r . Für die erste Summation können wir von einer wirklich kettenförmigen Ionenverteilung ausgehen, während im zweiten Fall von einer Verteilung in einem kleinen Bereich mit Radius ξ_0 um die Achse herum ausgegangen werden (dann muß eine Raumdichte ρ'_0 so eingeführt werden, daß $\pi \xi_0^2 \rho'_0$ gerade die Längendichte ρ_0 der Ionenkette ist), und dann dieser Bereich unter gleichzeitiger Vergrößerung der Raumdichte zum Radius Null verengt werden muß.

Gemäß (7) ist die Größe der Ionenpakete bestimmt durch

$$\rho_0 = \rho_{00} e^{-2\varepsilon z_0}.$$

Die Werte von 2ε sind in der Größenordnung $\frac{1}{0,4} \text{ cm}^{-1}$. Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkt nochmals Fig. 10b, so sehen wir, daß wir zunächst das Kleinerwerden der Auftreffradien mit wachsender Starthöhe im Vergleich zu der dort gezeichneten Parabel nicht zu berücksichtigen brauchen. Dann ist die *Elementarverteilungskurve* für

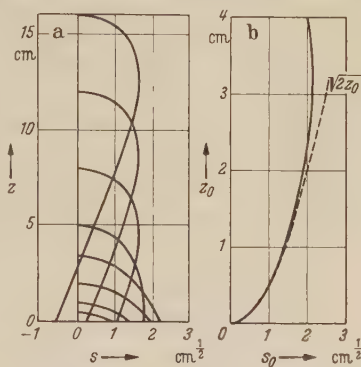


Fig. 10a u. b. a Bahnen der Ersatzmasse in unserem inhomogenen Feld, und b Auftreffabszissen s_0 auf der Kathode in Abhängigkeit vom Startort z_0 (ausgezogene Kurve).

große Abstände von der Achse gegeben durch [die Anodenlänge H kann wegen (7) durch ∞ ersetzt werden]

$$dN = \varrho_{00} \int_{z=0}^{\infty} \frac{2\lambda}{\delta^2} e^{-\frac{r^2 \lambda}{\delta^2 z_0}} e^{-2\varepsilon z_0} \frac{dz_0}{z_0} r dr$$

oder, wenn man $t = z_0 \sqrt{2 \frac{\delta^2 \varepsilon}{\lambda}}$ setzt,

$$dN = \varrho_{00} \frac{2\lambda}{\delta^2} \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{\frac{r^2 \lambda}{\delta^2}} \left(t + \frac{1}{t}\right)} \frac{dt}{t} r dr.$$

Das hier auftretende Integral ist eine Integraldarstellung für die HANKELsche Funktion erster Art $H_0^{(1)}$ ¹. Setzt man noch $r^* = 2 \sqrt{\frac{2\lambda \varepsilon}{\delta^2}} r$, so ist die Verteilungsfunktion für $r \neq 0$ bestimmt durch

$$dN^* = \frac{\varrho_{00} \pi}{2\varepsilon} i H_0^{(1)}(i r^*) r^* dr^*. \quad (14)$$

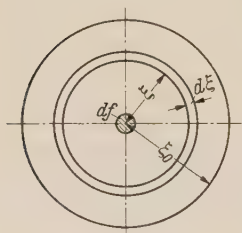


Fig. 11. Zur Berechnung des Wertes der Elementarverteilungsfunktion bei $r=0$ (Kathodenzentrum).

Der wesentliche Unterschied zum Verlauf der Glockenkurve ist der, daß diese HANKEL-Funktion für große r^* wie e^{-r^*} verläuft, d.h. die Flügel der Verteilungskurve sind im Vergleich zur Glockenkurve zu hoch, was qualitativ auch für die gemessenen Verteilungskurven zutrifft.

Die Berechnung der Verteilungskurven in der Umgebung der Achse wollen wir uns dadurch vereinfachen, daß wir lediglich den Wert für $r=0$ berechnen. Dazu betrachten wir zunächst die Teilchenzahl, die von einem Ringgebiet $\xi \dots \xi + d\xi$ in der Höhe z_0 ausgehend in ein Flächenelement df der Kathode bei $r=0$ gelangen (Fig. 11). Das sind, wenn ϱ'_0 die Raumdichte der Teilchen im Ringgebiet ist,

$$dN' = 2\pi \xi d\xi \varrho'_{00} dz_0 e^{-2\varepsilon z_0} \frac{1}{2\pi} \frac{2\lambda}{\delta^2 z_0} e^{-\frac{\xi^2 \lambda}{\delta^2 z_0}} df$$

Teilchen. Hier ist nun noch über z_0 und ξ zu integrieren, und damit ergibt sich

$$dN = df \varrho'_{00} \frac{2\lambda}{\delta^2} \int_0^{\xi_0} \pi i H_0^{(1)} \left(i 2 \sqrt{\frac{2\lambda \varepsilon}{\delta^2}} \xi \right) \xi d\xi,$$

nachdem die Integration über z_0 ausgeführt ist. Da $\xi_0 \ll 1$, können wir für die HANKEL-Funktion die asymptotische Entwicklung für

¹ MAGNUS, W., u. F. OBERHETTINGER: Spezielle Funktionen der mathematischen Physik, 2. Aufl., S. 38. Berlin 1948.

kleine ξ einsetzen und erhalten

$$dN' = df \varrho'_{00} \frac{2\lambda}{\delta^2} \frac{1}{2} \xi_0^2 \left[1 - \ln \left(\gamma^2 \frac{2\lambda \varepsilon}{\delta^2} \xi_0^2 \right) \right].$$

Lassen wir hierin ξ_0 gegen Null gehen und ϱ'_{00} so gegen unendlich, daß dN' endlich bleibt, so bedeutet dies, daß das logarithmische Glied unwesentlich ist, daß wir schließlich zu einer endlichen Längendichte ϱ_{00} in der Achse gelangen und damit den Anschluß an (14) gewinnen.

Die Teilchendichte in der Achse beim Auftreffen auf die Kathode ist also (wiederum r ersetzt durch r^*)

$$\frac{dN'^*}{df^*} = \frac{\varrho_{00}}{4\pi \varepsilon}. \quad (15)$$

Zur Zeichnung der endgültigen Elementarverteilungskurve reicht der eine Punkt bei $r=0$ nicht aus, um auch den Verlauf in der Umgebung der Achse festzulegen. Jedoch läßt sich der ungefähre Verlauf aufzeichnen, was in

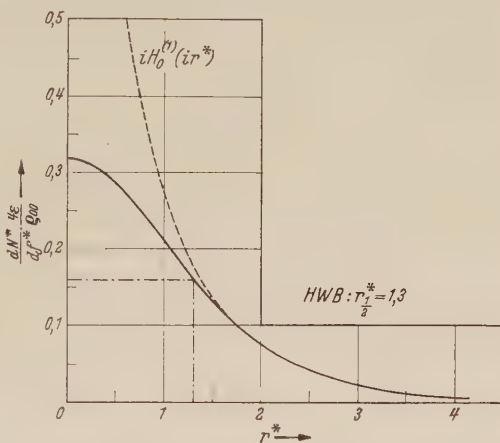


Fig. 12. Elementarverteilungskurve für eine Ionenkette.

Fig. 12 geschehen ist. Diese Kurve dürfen wir noch nicht direkt zum Vergleich mit den gemessenen benützen, da wir noch nicht wissen, wie weit die Kurve durch das weitere Ionisierungsspiel verbreitert wird.

10. Berechnung der stabilen Verteilungskurve.

In dem durch die Elementarverteilungskurve gegebenen Bereich um die Achse befreien die auftreffenden Ionen Elektronen, die gemäß unserer Annahme geradlinig in den Gasraum hinauslaufen sollen und dort wiederum Ionenketten bilden. Wir wollen untersuchen, was aus einer solchen Ionenkette wird, d.h. zunächst lediglich wie die Verteilungsfunktion für ein einzelnes, *außerhalb* der Achse gestartetes Ionenpaket aussieht.

a) *Startpunkt außerhalb der Achse.* Wir greifen zurück auf die Beschreibung der Ausbreitung des Ionenpaketes durch die Ersatzmasse, und zwar betrachten wir am besten die Bahn eines Massenpunktes, der am Startpunkt einmal mit der Geschwindigkeit Null und dann mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2\lambda} \delta^2 \frac{e A_1}{m}}$ zur Achse hin bzw. von der Achse weg in radialer Richtung startet. Bei der Berechnung der Bahnkurven ergibt sich, daß der Massenpunkt mit der Startgeschwindigkeit

Null gerade den Ort des Mittelpunktes der Verteilungskurve wiedergibt. Auf diese Weise erkennt man auch, daß die Glockenkurven nunmehr eiförmigen Querschnitt bekommen (was jedoch vernachlässigt werden soll). Wichtig ist dabei das Verhältnis von Auftreffradius r' zu Startradius r des Mittelpunktes, denn dies gibt die für uns wichtige Verschiebung der Verteilungskurven zur Achse hin wieder. Die in der eben beschriebenen Weise gefundenen Verhältnisse r'/r als Funktion der Starthöhe z_0 sind in Fig. 13 wiedergegeben. Nähern wir die gefundene Kurve durch die Parabel $1 - \kappa z_0^2$ an, und berücksichtigen,

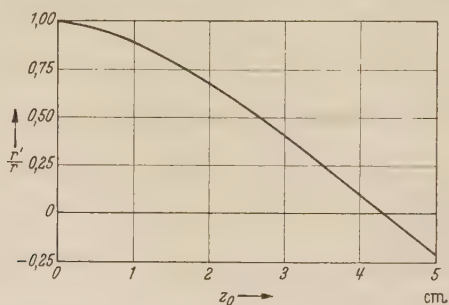


Fig. 13. Verhältnis von Auftreffradius r' auf der Kathode zu Startradius r für ein außerhalb der Achse gestartetes Ionenpaket in Abhängigkeit von der Starthöhe z_0 .

daß die Ionenpakete gemäß unserer Gl. (7) verschieden groß sind, so ist das mittlere Verschiebungsverhältnis einer ganzen außerhalb der Achse gestarteten Ionenkette

$$c = \left(\frac{r'}{r} \right)_{\text{Mittel}} = \frac{\int_0^{\infty} (1 - \kappa z_0^2) e^{-2\epsilon z_0} dz_0}{\int_0^{\infty} e^{-2\epsilon z_0} dz_0} = 1 - \frac{\kappa}{2\epsilon^2}, \quad \kappa = 0,09 \text{ cm}^{-2}. \quad (16)$$

b) *Verbreiterung der Elementarverteilung zur stabilen Verteilungsfunktion.* Zur Berechnung der Verbreiterung wollen wir zunächst unsere Elementarverteilungsfunktion, die für große r eine HANKEL-Funktion war, annähern durch eine Glockenkurve (was in der Umgebung der Achse die Verteilung richtig wiedergeben dürfte) bzw. durch die asymptotische Darstellung der HANKEL-Funktion für große r (was die Verteilung dort richtig wiedergeben dürfte). Um zur stabilen Verteilungsfunktion zu gelangen, wollen wir annehmen, die wiederholten Ionisierungsspiele seien so weit fortgesetzt, daß die Verteilungskurven zum Radius R verbreitert seien, daß wir also angelangt seien bei

$$dN = \frac{N_0^{(1)}}{\pi R^2} e^{-\frac{r^2}{R^2}} r dr d\varphi \quad \text{bzw.} \quad dN = \frac{N_0^{(2)}}{2\pi R} e^{-\frac{r}{R}} r dr d\varphi. \quad (17a, b)$$

Bei einem weiteren Schritt greifen wir gemäß unserem Modell die Ionen heraus, die im Bereich zwischen r und $r + dr$, φ und $\varphi + d\varphi$ auf die Kathode auftreffen (Fig. 14). Diese befreien auf der Kathode Elektronen, die in den Gasraum hinauslaufen und erneut Ionenketten bilden. Beim Zurücklaufen der gebildeten Ionen auf die Kathode entsteht aus jeder Kette ein Ionenschlauch mit der Breite der Elementarverteilung r_e (Fig. 14), dessen Mittelpunkt zur Achse hin verschoben ist, und zwar zum Radius $r' = cr$, wobei wir c eben berechnet haben. Summieren wir nun über alle diese Elementarverteilungskurven, so erhalten wir eine neue Verteilungsfunktion. Man kann nun, um das Breitlaufen zu übersehen, entweder die Veränderung der HWB betrachten oder die Änderung der Maximalordinate (Wert bei $r = 0$). Letzteres soll hier durchgeführt werden, da sich hierfür im radialsymmetrischen Feld die Rechnung einfacher gestaltet. In den Bereich df um $r = 0$ kommen von den Elementarverteilungen (Berechnung wie schon S. 232 durchgeführt)

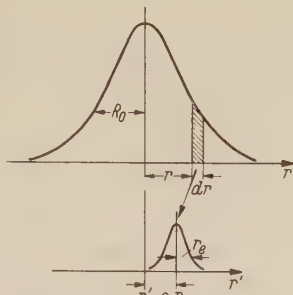


Fig. 14. Zur Gewinnung der stabilen Verteilungsfunktion.

$$dN' = \int \frac{N_0^{(1)}}{\pi R^2} e^{-\frac{r^2}{R^2}} \frac{1}{\pi r_e^2} e^{-\frac{r'^2}{r_e^2}} r dr d\varphi df$$

bzw.

$$dN' = \int \frac{N_0^{(2)}}{2\pi R} e^{-\frac{r}{R}} \frac{1}{2\pi r_e} e^{-\frac{r'}{r_e}} r dr d\varphi df.$$

Teilchen, wobei über alle r und φ zu integrieren ist. Nach Ausführung der Integration ergibt sich

$$dN' = \frac{1}{\pi R^2 r_e^2} \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{c^2}{r_e^2}} df \quad \text{bzw.} \quad dN' = \frac{1}{2\pi R r_e} \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{c}{r_e}} df.$$

Die *stabile* Verteilung ist nun diejenige, bei der diese Teilchenzahl gleich ist der *ursprünglich* bei $r = 0$ vorhandenen [Gl. (17a, b)]. Also muß für R gelten, wenn dieses R die Breite der stabilen Verteilung angeben soll,

$$R = \frac{r_e}{\sqrt{1 - c^2}} \quad \text{bzw.} \quad R = \frac{r_e}{1 - c}. \quad (18a, b)$$

Damit ist gezeigt, daß die Entladungsbündel von diesem Querschnitt bei Fortsetzung des Ionisierungsspieles sich immer wieder reproduzieren, daß also durch den oben angenommenen Mechanismus eine Entladung mit der für die KSE so charakteristischen Pinselform erzeugt wird.

Wie aus den Gl. (18a und b) ersichtlich ist, ist der stabile Bündelquerschnitt nur bestimmt durch die Breite r_e der Elementarverteilungs-

kurve und das — durch das radiale elektrische Feld verursachte — Zusammenrücken der außerhalb der Achse verlaufenden Ionenketten, also durch den Faktor c . — Im homogenen Feld ist $c=1$; also ist dort der stabile Entladungsquerschnitt unendlich groß. Daraus folgt, daß es im *homogenen Feld keine KSE geben kann*. Eine experimentelle Bestätigung liegt hierfür noch nicht vor.

11. Diskussion der entwickelten Theorie. Zahlenmäßige Berechnung einiger Entladungsquerschnitte.

Der HW-Radius der Elementarverteilung ergab sich (mit $\delta/\lambda=0,4$) zu (vgl. Fig. 12)

$$r_{\frac{1}{2}} = r_{\frac{1}{2}}^* \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\delta^2}{2\lambda\epsilon}} = 0,184 \sqrt{\frac{\lambda}{\epsilon}}. \quad (19)$$

Für den stabilen Bündelquerschnitt erhielten wir die Gl. (18a, b) (wobei zur Berechnung des stabilen HW-Radius r_e durch $r_{\frac{1}{2}}$ zu ersetzen ist) und (16)

$$c = 1 - \frac{\kappa}{2\epsilon^2} = 1 - \frac{0,045}{\epsilon^2},$$

wobei ϵ der Umladekoeffizient für die Umladung Ion $\rightarrow$ Neutral ist.

Bevor wir mit Hilfe dieser Formeln die Größe der Entladungsradien berechnen, wollen wir kurz diejenigen Abweichungen vom experimentellen Befund diskutieren, die wir auf Grund der von uns in die Rechnung eingeführten Näherungen zu erwarten haben.

Zunächst hatten wir unsere Elementarverteilung angenähert durch zwei in verschiedenen Bereichen gültige Funktionen (17a) und (17b). Die Form der stabilen Ionenstromverteilungskurve enthält daher noch die Unsicherheit, daß die Verbreiterung eine Mischung der in den Gl. (18) gewonnenen Beziehungen darstellen wird. Erhalten bleiben wird aber auf jeden Fall, daß die Flügel der endgültigen Verteilung im Vergleich zur Glockenkurve zu hoch sein werden, was in Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund ist.

Sehr stark ins Gewicht fallen bei der zahlenmäßigen Berechnung des Entladungsquerschnittes vor allem zwei Vernachlässigungen: Erstens hatten wir an Stelle der für die Mehrfachstreuung zu verwendenden Verteilungsfunktion mit der für Vielfachstreuung sich ergebenden gerechnet, und zweitens hatten wir bei der Ausführung der Integration der Ionenpaketverteilungskurven das radiale elektrische Feld unberücksichtigt gelassen (aus Fig. 10b hatten wir die $\sqrt{2z_0}$ -Kurve benützt). Auf Grund beider Vernachlässigungen wird unsere berechnete Pinselbreite auf jeden Fall zu groß ausfallen; ferner wird das auf den ersten Blick merkwürdige Verhalten von r_e für wachsende mittlere freie Weglänge (d.h. fallenden Druck) verständlich. Nach (19) wird bei

Verkleinerung des Gasdruckes (und damit Vergrößerung der Betriebsspannung) r_e größer, das Gegenteil ist zu erwarten und wird auch vom Experiment geliefert. Die Diskrepanz kann dadurch gedeutet werden, daß bei vermindertem Druck die Stoßzahl so gering wird, daß wir sicher nicht mehr mit Vielfachstreuung rechnen dürfen.

Da die Berücksichtigung der Mehrfachstreuung und des wirksamen Radialfeldes bei der Berechnung der Elementarverteilung für den grundsätzlichen Mechanismus der Pinselentstehung keine neuen Gesichtspunkte ergeben würde, wollen wir auf eine in dieser Richtung vorzunehmende Verfeinerung der Theorie verzichten.

Die Ionenenergien in der KSE sind nicht homogen; wir müssen daher bei der Berechnung der Pinselradien für den Umladungskoeffizienten geeignete Mittelwerte nehmen. In Tabelle 4 sind für die Betriebsbedingungen 4 mA, 30 kV, Stahlkathode, lange Anode die aus den Formeln (18a), (19), (16), berechneten HW-Radien der Entladungsbündel aufgeschrieben.

Tabelle 4. *Daten zur Berechnung des Ionenbündelradius. Betriebsbedingungen der Entladung: Strom 4 mA, Spannung 30 kV, Stahlkathode, lange Anode.*

Gas	Druck p [10^{-3} Torr]	λ [cm]	ϵ [cm $^{-1}$]	r_e [cm]	c	R [cm]	$R_{\text{gem.}}$ [cm]
H ₂	4,7	0,32	0,94	0,107	0,95	0,34	0,09
O ₂	1,4	0,63	0,42	0,226	0,744	0,337	0,072
N ₂	2,0	0,398	0,50	0,164	0,82	0,286	0,137
He	5,6	0,415	0,56	0,159	0,856	0,308	0,114
A	2,4	0,366	2,4	0,072	0,992	0,59	0,275

Wie zu erwarten war, fallen die errechneten HW-Radien zu groß aus, und zwar um einen Faktor 2 bis 4. Die größten bzw. geringsten Abweichungen ergeben sich für O₂ und A; sie können im Sinne der obigen Überlegungen gedeutet werden. Bei O₂ ist die mittlere freie Weglänge sehr groß, also liefert die Anwendung der Vielfachstreuung besonders falsche Werte. Bei A ist zwar r_e sehr klein, wegen des hohen Umladekoeffizienten spielen sich aber die ganzen Entladungsvorgänge nahe bei der Kathode ab, wo das statische Feld kleine Radialkomponenten hat, und daher die Ionenketten nur noch wenig zur Achse hin zusammengedrängt werden (c ist hier nahezu gleich eins geworden). Hier ist die Verwendung der $\sqrt{2z_0}$ -Kurve am ehesten gerechtfertigt. Ein weitergehender Vergleich der gemessenen mit den berechneten Daten dürfte nicht nur wegen der Unvollständigkeit unserer Theorie abwegig sein, sondern auch deswegen, weil die tabellierten Zahlenangaben (Umladeweglänge, mittlere freie Weglänge) starke Unsicherheiten enthalten. Wir wollen uns damit begnügen, daß die entwickelte Arbeitshypothese uns Einblick in den Mechanismus der Entstehung des schmalen

Entladungsbündels gegeben hat und wenigstens eine Abschätzung über die Größe des Entladungsgebietes zuläßt.

Bei der Betrachtung der Ionisierungsvorgänge in der KSE hatten wir die Diskussion der Elektronennachlieferung durch Photoeffekt an der Kathode zunächst aufgeschoben. Da diese Elektronenauslösung gleichmäßig auf der ganzen Kathodenoberfläche erfolgt, übersehen wir jetzt sofort, daß dies bei Berücksichtigung in der Rechnung höchstens einen noch breiteren Entladungspinsel ergeben hätte. Selbst in dem Fall, daß wir im Gasraum wegen des Photoeffektes an der Kathode zunächst eine völlig homogene Raumionisierung vorliegen hätten, würde durch das Radialfeld eine Vergrößerung der Stromdichte in der Rohrachse eintreten. Ohne Mitwirkung des „ γ -Effektes“ könnte aber — wie man abschätzen kann — ein so schmaler Pinsel, wie er beobachtet und von unserer den Photoeffekt vernachlässigenden Theorie geliefert wird, niemals erklärt werden, was den Schluß zuläßt, daß der Photoeffekt an der Kathode bei unserem Problem keine wesentliche Rolle spielt.

Wir können zusammenfassend über den Mechanismus der KSE also folgendes sagen: Der kleine Entladungsdurchmesser kommt im wesentlichen zustande durch das konzentrierende elektrische Radialfeld, das der bei Gasstößen auftretenden Ionenstreuung entgegenwirkt. — Mit dieser Annahme lassen sich — dies sei noch abschließend bemerkt — sämtliche von HAILER (l. c.) in ganzmetallischen Entladungsrohren erhaltenen Entladungsbilder erklären, während bei Glasentladungsrohren wegen der auftretenden Wandaufladungen der statische Feldverlauf nur bedingt zur Erklärung herangezogen werden kann.

Herrn Prof. Dr. W. WALCHER danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stetes förderndes Interesse sowie für wertvolle Diskussionen.

Berichtigung

zu der Arbeit von D. KAMKE:

Zum Mechanismus der Kanalstrahlentladung.

Z. Physik 128, 212 (1950).

(Eingegangen am 12. September 1950.)

Die angegebene Integralgleichung (S. 227 unten letzte Zeile) für $\varrho_0(z)$ ist falsch. Man hat die an der Stelle z startende Ionenzahl aufzuteilen in die primär dort gebildeten (s je Längeneinheit) und die durch Umladung entstandenen ($P_0(z)$). Dann tritt an Stelle jener Integralgleichung:

$$\varrho_0(z) = s + P_0(z) = s + \int_z^H (s + P_0(z_0)) e^{-\varepsilon(z-z_0)} \varepsilon dz_0.$$

Die Lösung gewinnt man durch Differentiation nach z zu

$$P_0(z) = -\varepsilon s z + \text{const}$$

bzw.

$$\varrho_0(z) = s + \varepsilon s H \left(1 - \frac{z}{H}\right) \cdot (H \text{ Anodenlänge}).$$

Die Größe des an der Kathode ankommenden Ionenpakets wird damit

$$\varrho_0(0) = s \left(1 + \varepsilon H \left(1 - \frac{z_0}{H}\right)\right) e^{-\varepsilon z_0}.$$

Da ε von der Größenordnung 1 cm^{-1} ist, so genügt es mit

$$\varrho_0(0) = s (1 + \varepsilon H) e^{-\varepsilon z_0} = \varrho_{00} e^{-\varepsilon z_0}$$

weiterzurechnen. Das bedeutet, daß in den Formeln von S. 232 an überall 2ε durch ε zu ersetzen ist, lediglich Formel (14) bleibt bestehen. Die Elementarverteilungskurve (Fig. 12) erhält bei $r^* = 0$ den Wert $2/\pi$, woraus sich die HWB zu $r_{\frac{1}{2}}^* = 0,85$ (statt 1,3) ergibt. Die Zahlenwerte der Tabelle 4 auf S. 237 werden etwas abgeändert, so daß nunmehr die in untenstehender Tabelle angegebenen zahlenmäßigen Ergebnisse erscheinen, die besser mit den gemessenen in Einklang stehen.

Tabelle 1.

Gas	r_e (cm)	c	R berechnet (cm)	R gemessen (cm)
H ₂	0,099	0,796	0,164	0,09
O ₂	0,208	0,00	0,208	0,072
N ₂	0,152	0,28	0,158	0,137
He	0,146	0,425	0,162	0,114
A	0,0665	0,969	0,267	0,275

Lebenslauf.

Ich, Detlef Gustav Kamke, wurde am 10. August 1922 in Hagen als Sohn des Universitätsprofessors Dr. Erich Kamke und seiner Ehefrau Dora, geb. Heimowitsch, geboren. Nach vierjährigem Besuch der Grundschule in Tübingen trat ich im Frühjahr 1932 in die Kepler-Oberschule für Jungen in Tübingen ein, die ich nach achtjährigem Besuch unter Zuerkennung des Reifezeugnisses im Dezember 1939 wegen Einberufung zum Wehrdienst verließ. Nach meiner Entlassung aus der Wehrmacht im August 1940 nahm ich im Winter-Semester 1941/42 an der Universität in Tübingen das Studium der Physik auf, das ich vom Winter-Semester 1942/43 an in Göttingen fortsetzte mit Unterbrechung im Winter 1944/45, den ich auf Anweisung der Geheimen Staatspolizei in einem Lager verbringen mußte. Nach Kriegsende setzte ich an der Universität in Göttingen mein Studium fort, und legte im Sommer 1946 das Diplom-Hauptexamen in Physik ab. Im Sommer 1947 begann ich in Marburg im Physikalischen Institut der Universität mit der Abfassung einer Dissertation, die im November 1949 abgeschlossen wurde.

